А.А. Симонов

Алгебраические структуры, порождаемые двумя согласованными функциональными соответствиями

Такие алгебраические структуры рассматривались в теории *полиметрических геометрий* [1]. В данной работе сделана попытка обобщения при отказе от наделения рассматриваемых множеств топологической структурой.

В общем случае *полиметрическая геометрия* (ПГ) ранга (r, s), где $r, s \in \mathbb{N}$, определяется на множествах $\mathfrak{M}$, $\mathfrak{N}$, B, если определены такие функциональные соответствия $f : \mathfrak{M} \times \mathfrak{N} \to B$ и $g : B^{rs-1} \to B$, что для произвольного кортежа $<i_1, i_2, \ldots, i_r> \in \mathfrak{I} \subseteq \mathfrak{M}^r$ и кортежа $<\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_s> \in \mathfrak{A} \subseteq \mathfrak{N}^s$ справедливо

$$f(i_1, \alpha_1) = g\Big(f(i_1, \alpha_2), \cdots, f(i_1, \alpha_s), f(i_2, \alpha_1), f(i_2, \alpha_2), \cdots, f(i_r, \alpha_s)\Big).$$

Рассматривая множества кортежей $\mathfrak{I}, \mathfrak{A}$, состоящие из всех кортежей с несовпадающими элементами, можно сформулировать следующие теоремы:

Теорема (ПГ ранга $(2, 2)$**)**
1. Существуют такие биективные соответствия $\theta : \mathfrak{M} \to B, \zeta : \mathfrak{N} \to B$, *что ПГ* $\{f, B, \mathfrak{M}, \mathfrak{N}\}$ *эквивалентна ПГ на одном множестве:* $\{f', B, B, B\}$.
2. На множестве B *индуцируется алгебраическая структура группы* $(\cdot, B)$.

Теорема (ПГ ранга $(3, 2)$**)**
1. Существовуют такие биективные соответствия[1] $\theta \colon \mathfrak{M} \to B$, $\zeta \colon \mathfrak{N} \to B \times B_0$, *что ПГ* $\Big(f, \mathfrak{M}, \mathfrak{N}, B\Big)$ *эквивалентна ПГ* $\Big(f', B, B \times B_0, B\Big)$.
2. На множестве B *индуцирована алгебраическая структура* $(0, e, ^{-1}, \varphi, \cdot, B)$ *с частичной операцией* $B \times B_0 \overset{(\cdot)}{\to} B$, *обладающей левым зануляющим элементом — "0" такой, что её подоперация на множестве* B_0 *будет групповой; для унарной операции* $\varphi \colon B \to B$ *справедливо* $\varphi(0) = e$, $(\forall x \in B), (\forall y \in B \setminus \{e\})$:

$$\varphi\Big(\varphi(x) \cdot \varphi(y)\Big) = \begin{cases} \varphi\Big(x \cdot \varphi(y^{-1})\Big) \cdot y \,, & \text{при } y \neq 0 \\ x \,, & \text{при } y = 0 \end{cases} .$$

В настоящей работе используя полученную алгебраическую структуру по известным функциональным соответствиям — f для случая $B = \mathbb{R}^2$ [1] автору удалось построить все неизвестные функциональные соответствия — g.

Литература

[1] *Г.Г. Михайличенко.* Двуметрические физические структуры и комплексные числа. // ДАН 1991, том 321, №4, с. 677-680.

[1]Где введено обозначение $B_0 = B \setminus \{0\}$.